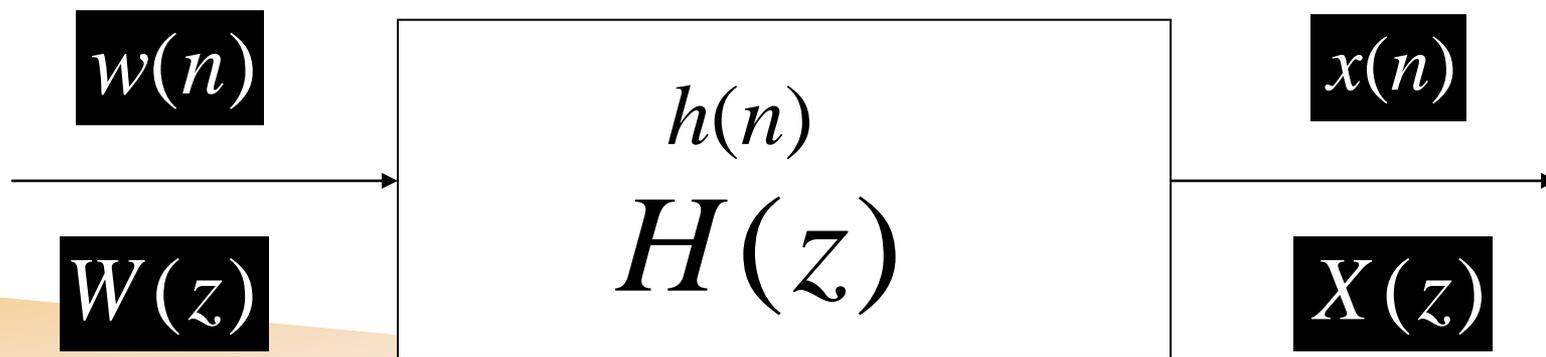


第七章随机信号的参数建模法

- 7.1 三种参数模型
- 7.2 AR模型参数的估计
- 7.3 参数建模法的应用

7.1 三种参数模型.....

- 为随机信号建立参数模型是研究随机信号的一种基本方法。
- 其含义是认为随机信号是由白噪激励某一确定系统的响应。
- 只要白噪的参数确定了，研究随机信号就可以转化成研究产生随机信号的系统。



随机信号参数模型

7.1 三种参数模型.....

- 经典信号建模法 (**classical modeling method for signal**)：
前面已经指出，医学信号处理的目的是提取包含于随机信号中的确定性成分，以便在一定的准确性（最小二乘意义）上进行预测。
- 这就是建立各种各样的确定性数学模型，包括代数、微分、积分、差分方程模型。这是经典的信号建模方法。
- 信号的现代建模方法 (**Modern modeling method for signal**)：是建立在具有最大的不确定性基础上的预测。
- 提出了众多的数学模型 (**mathematical models**)。根据Wold的证明：任何平稳的ARMA（自回归移动平均）模型或MA模型均可用无限阶或阶数足够的AR模型去近似。因此本节着重介绍AR模型的基本原理和方法。

7.1 三种参数模型.....

●7.1.1 MA模型(moving average model)

随机信号 $x(n)$ 由当前的激励 $w(n)$ 和若干次过去的激励 $w(n-k)$ 线性组合产生:

$$x(n) = \sum_{k=0}^q b_k w(n-k)$$

该模型的系统函数是:

$$H(z) = \frac{X(z)}{W(z)} = \sum_{k=0}^q b_k z^{-k}$$

q 表示系统阶数, 系统函数只有零点, 没有极点, 所以该系统一定是稳定的系统, 也称为全零点模型, 用 $MA(q)$ 来表示。

7.1 三种参数模型.....

●7.1.2 AR模型(auto-regression model)

随机信号 $x(n)$ 由本身的若干次过去值 $x(n-k)$ 和当前的激励值 $w(n)$ 线性组合产生:

$$x(n) = w(n) - \sum_{k=1}^p a_k x(n-k)$$

该模型的系统函数是:

$$H(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}}$$

p 是系统阶数, 系统函数中只有极点, 无零点, 也称为全极点模型, 系统由于极点的原因, 要考虑到系统的稳定性, 因而要注意极点的分布位置, 用 $AR(p)$ 来表示。

7.1 三种参数模型

●7.1.3 ARMA 模型 (auto-regression-moving average model)

ARMA是AR与MA模型的结合:

$$x(n) = \sum_{k=0}^q b_k w(n-k) - \sum_{k=1}^p a_k x(n-k)$$

该模型的系统函数是:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^q b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}}$$

它既有零点又有极点，所以也称极零点模型，要考虑极零点的分布位置，保证系统的稳定，用ARMA(p,q)表示。

7.2 AR模型参数的估计.....

- 随机信号的建模法最近在生物医学信号处理中应用相当普遍，在自发脑电、诱发脑电、肌电、心电、胃电等方面都有人尝试应用模型法进行研究。
- 应用较多的是AR模型，因为建立这种的模型计算工作比较容易。作为数学逼近，三种模型都可以互相转换。实际中选用哪一种模型就要考虑到节约和计算量，选定模型后，剩下的任务就是用适当的算法估计模型参数（ a_k 、 b_k 、 p 、 q ），以便使用模型对随机信号进行预测。

下面我们就以AR模型为例进行参数的估计。

7.2 AR模型参数的估计.....

- 1. AR模型参数和自相关函数的关系

$$x(n) = w(n) - \sum_{k=1}^p a_k x(n-k)$$

对该式两边同时乘以 $x(n-m)$ ，然后求均值：

$$E[x(n)x(n-m)] = E[w(n)x(n-m) - \sum_{k=1}^p a_k x(n-k)x(n-m)]$$

$$R_{xx}(m) = E[x(n)x(n+m)] = E[x(k-m)x(k)] = E[x(n)x(n-m)] = R_{xx}(-m)$$

$$\therefore R_{xx}(m) = R_{xw}(m) - \sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(m-k)$$

7.2 AR模型参数的估计.....

系统的单位脉冲响应 $h(n)$ 是因果的，所以输出的平稳随机信号和输入的白噪声之间的互相关函数有下列推导：

$$x(n) = w(n) * h(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)w(n-k)$$

$$R_{xw}(m) = E[x(n)w(n+m)]$$

$$R_{xw}(m) = E\left[\sum_{k=0}^{\infty} h(k)w(n-k)w(n+m)\right] = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)E[w(n-k)w(n+m)]$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} h(k)R_{ww}(m+k) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)\sigma_w^2\delta(m+k) = \sigma_w^2 h(-m)$$

7.2 AR模型参数的估计.....

所以:

$$R_{xw}(m) = \begin{cases} 0 & m > 0 \\ \sigma_w^2 h(-m) & m \leq 0 \end{cases}$$

$$\therefore R_{xx}(m) = R_{xw}(m) - \sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(m-k)$$

$$R_{xx}(m) = \begin{cases} -\sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(m-k) & m > 0 \\ -\sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(m-k) + h(0)\sigma_w^2 & m = 0 \\ R_{xx}(-m) & m < 0 \end{cases}$$

7.2 AR模型参数的估计.....

由于 $H(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}}$

转换到时域得到: $h(n) + \sum_{k=1}^p a_k h(n-k) = \delta(n)$

因而 $h(0) = 1$

显然, AR模型输出信号的自相关函数具有递推的性质, 即:

$$R_{xx}(m) = -\sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(m-k) \quad m > 0$$

上式就是著名的Yule-Walker (Y-W) 方程, 将上式变换:

$$0 = R_{xx}(m) + \sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(m-k) \quad m > 0$$

7.2 AR模型参数的估计.....

$$0 = R_{xx}(m) + \sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(m-k) \quad m > 0$$

$$\sigma_w^2 = R_{xx}(0) + \sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(-k) \quad m = 0$$

把上式的下标简化并写成矩阵的形式，可以写成单一的正规矩阵方程：

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & \dots & R(-p) \\ R(1) & R(0) & \dots & R(-p+1) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ R(p) & R(p-1) & \dots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_w^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

7.2 AR模型参数的估计.....

【例7-1】 参见pp.99-100

7.2 AR模型参数的估计.....

- 2. Y-W方程的解法——L-D算法

把AR模型和预测系统联系起来。

若序列的模型已知而用过去观测的数据来推求现在和将来的数据称为前向预测器，表示为：

$$\hat{x}(n) = -\sum_{k=1}^m a_m(k)x(n-k)$$

式中 $\{a_m(k)\}$, $k=1, 2, \dots, m$, 代表 m 阶预测器的预测系数，负号是为了与技术文献保持一致。

7.2 AR模型参数的估计.....

显然预测出来的结果与真实的结果存在预测误差或前向预测误差，设误差为 $e(n)$ ：

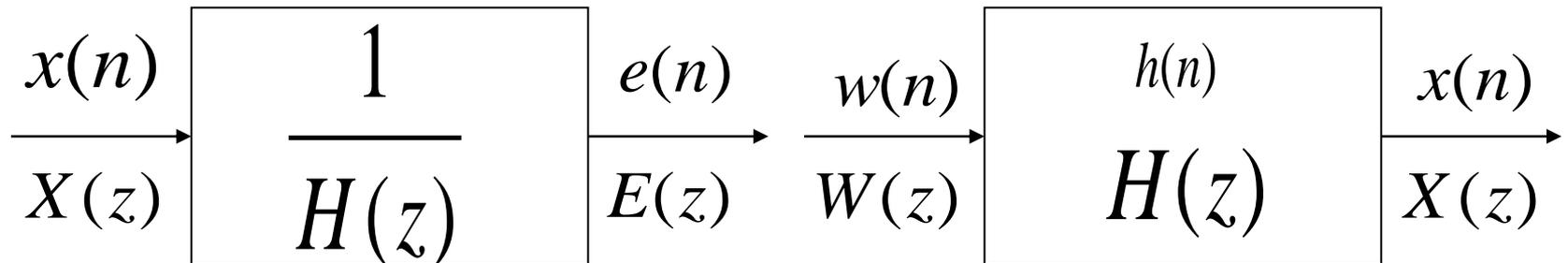
$$e(n) = x(n) - \hat{x}(n) = x(n) + \sum_{k=1}^m a_m(k)x(n-k)$$

把 $e(n)$ 看成是系统的输出， $x(n)$ 看成是系统的输入，得到系统函数：

$$\frac{E(z)}{X(z)} = 1 + \sum_{k=1}^m a_m(k)z^{-k}$$

假如 $m=p$ ，且预测系数和AR模型参数相同，把预测误差系统框图和AR模型框图给出。

7.2 AR模型参数的估计.....



预测误差系统和AR模型

如图所示，即有 $w(n) = e(n)$ ，即前向预测误差系统中的输入为 $x(n)$ ，输出为预测误差 $e(n)$ 等于白噪声。

也就是说前向预测误差系统对观测信号起了白化的作用。由于AR模型和前向预测误差系统有着密切的关系，两者的系统函数互为倒数，所以求AR模型参数就可以通过求预测误差系统的预测系数来实现。

7.2 AR模型参数的估计.....

$$e(n) = x(n) - \hat{x}(n) = x(n) + \sum_{k=1}^m a_m(k)x(n-k)$$

对上式求预测误差均方值:

$$\begin{aligned} E[e^2(n)] &= E[(x(n) + \sum_{k=1}^m a_m(k)x(n-k))^2] \\ &= R_{xx}(0) + 2[\sum_{k=1}^m a_m(k)R_{xx}(k)] + \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m a_m(l)a_m(k)R_{xx}(l-k) \end{aligned}$$

要使得均方误差最小，将上式右边对预测系数求偏导并且等于零，得到 m 个等式:

$$R_{xx}(l) = -\sum_{k=1}^m a_m(k)R_{xx}(l-k) \quad l = 1, 2, \dots, m$$

7.2 AR模型参数的估计.....

求得最小均方误差:

$$E_m[e^2(n)] = R_{xx}(0) + \sum_{k=1}^m a_m(k) R_{xx}(k)$$

或

$$E_p[e^2(n)] = R_{xx}(0) + \sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(k)$$

$$a_k = a_m(k) \quad m = p$$

也就是 p 阶预测器的预测系数等于 p 阶AR模型的参数,

由于 $e(n) = w(n)$, 所以最小均方预测误差等于白噪声方差, 即

$$E_p[e^2(n)] = \sigma_w^2$$

7.2 AR模型参数的估计.....

- 估计AR模型参数，也即要估计参数 $\{a_k, p, \sigma_w^2\}$ 这里介绍应用广泛的L-D算法。
- L-D算法的基本思想就是根据Y-W方程式，自相关序列具有递推的性质，

$$R_{xx}(l) = -\sum_{k=1}^m a_m(k) R_{xx}(l-k) \quad l = 1, 2, \dots, m$$

$$E_m[e^2(n)] = R_{xx}(0) + \sum_{k=1}^m a_m(k) R_{xx}(k)$$

$$E_p[e^2(n)] = R_{xx}(0) + \sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(k)$$

$$E_p[e^2(n)] = \sigma_w^2$$

7.2 AR模型参数的估计.....

L-D递推算法是模型阶数逐渐加大的一种算法，先计算阶次 $m=1$ 时的预测系数

$$\{a_m(k)\} \quad a_1(1) \quad \sigma_{w1}^2$$

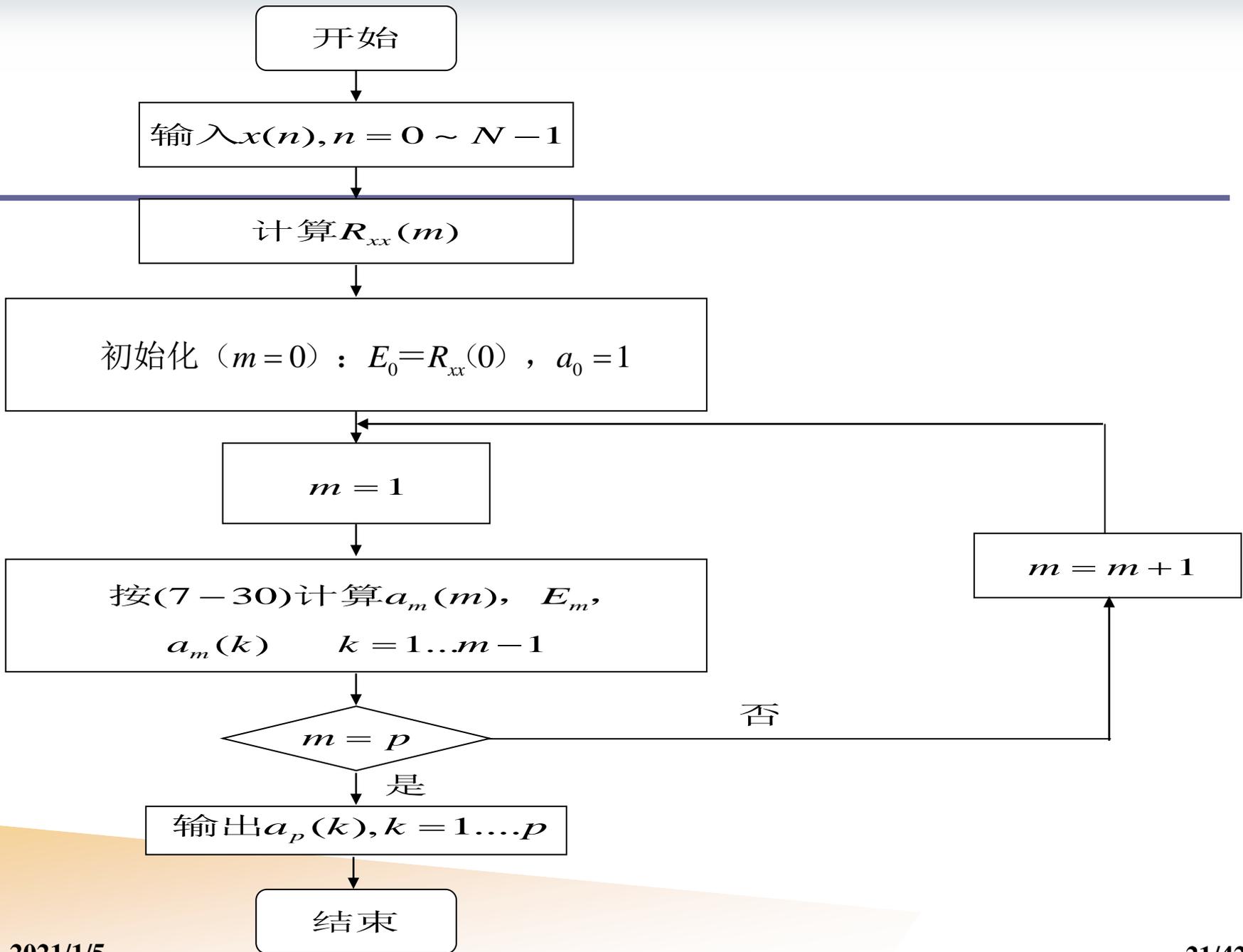
然后计算 $m=2$ 时的

$$\{a_m(k)\} \quad a_2(1) \quad a_2(2) \quad \sigma_{w2}^2$$

一直计算到 $m=p$ 阶时的

$$\{a_m(k)\} \quad a_p(1) \dots a_p(p) \quad \sigma_{wp}^2$$

这种递推算法的特点是，每一阶次参数的计算是从低一阶次的模型参数推算出来的，既可减少工作量又便于寻找最佳的阶数值，满足精度时就停止递推。



7.2 AR模型参数的估计.....

【例7-2】已知自回归信号模型AR(3)为:

$$x(n) = \frac{14}{24} x(n-1) + \frac{9}{24} x(n-2) - \frac{1}{24} x(n-3) + w(n)$$

式中 $w(n)$ 是具有方差 $\sigma_w^2 = 1$ 的平稳白噪声, 利用给出的AR模型, 用计算机仿真给出32点观测值 $x(n) = [0.4282 \quad 1.1454 \quad 1.5597 \quad 1.8994 \quad 1.6854 \quad 2.3075 \quad 2.4679 \quad 1.9790 \quad 1.6063 \quad 1.2804 \quad -0.2083 \quad 0.0577 \quad 0.0206 \quad 0.3572 \quad 1.6572 \quad 0.7488 \quad 1.6666 \quad 1.9830 \quad 2.6914 \quad 1.2521 \quad 1.8691 \quad 1.6855 \quad 0.6242 \quad 0.1763 \quad 1.3490 \quad 0.6955 \quad 1.2941 \quad 1.0475 \quad 0.4319 \quad 0.0312 \quad 0.5802 \quad -0.6177]$,

用L-D算法来估计AR(3)的参数 $\{\hat{a}_k\}$ 以及输入白噪声的方差

7.2 AR模型参数的估计.....

解：步骤1

利用给出的32点观测值，先求自相关序列,由于偶对称，只给出 $m=0, 1, 2...31$ 的 $R_x(m) = [1.9271 \quad 1.6618$
 $1.5381 \quad 1.3545 \quad 1.1349 \quad 0.9060 \quad 0.8673 \quad 0.7520$
 $0.7637 \quad 0.8058 \quad 0.8497 \quad 0.8761 \quad 0.9608 \quad 0.8859$
 $0.7868 \quad 0.7445 \quad 0.6830 \quad 0.5808 \quad 0.5622 \quad 0.5134$
 $0.4301 \quad 0.3998 \quad 0.3050 \quad 0.2550 \quad 0.1997 \quad 0.1282$
 $0.0637 \quad 0.0329 \quad -0.0015 \quad -0.0089 \quad -0.0143 \quad -0.0083]$

7.2 AR模型参数的估计.....

步骤2

初始化: $E_0 = R_{xx}(0) = 1.9271$, $a_0 = 1$

步骤3

根据式 (7-30) 计算,

$$m=1: \left\{ \begin{array}{l} a_1(1) = -\frac{R(1)}{E_0} = -\frac{1.6618}{1.9271} = -0.8623 \\ E_1 = R(0)[1 - a_1^2(1)] = 0.4942 \end{array} \right.$$

7.2 AR模型参数的估计.....

因而当 $p = 3$ 时，估计到的AR模型参数为：

$$\hat{a}_1 = -0.6983 \quad \hat{a}_2 = -0.2748 \quad \hat{a}_3 = 0.0914$$

估计的输入信号的方差为：

$$\hat{\sigma}_w^2 = E_3 = 0.4679$$

和例题7-1的结果一致，误差分析也一样。当要计算的阶数比较高时，可以利用递推程序来实现。

7.2 AR模型参数的估计.....

- Matlab有专门的函数实现L-D算法的AR模型参数估计： $[a \ E] = \text{aryule}(x, p)$ ，输入 x 表示观测信号，输入 p 表示要求的阶数，输出 a 表示估计的模型参数， E 表示噪声信号的方差估计。例如本题用该函数计算结果为：
- $[a \ E] = \text{aryule}(x, 3)$
- $a = 1.0000 \quad -0.6984 \quad -0.2748 \quad 0.0915$
- $E = 0.4678$
- 这里 a 的第一个值等于1，指的是 a_0 ，依次是 a_1 ， a_2 ， a_3 。
- 假如我们用更高阶的AR模型来估计：
- $[a \ E] = \text{aryule}(x, 12)$
- $a = 1.0000 \quad -0.6703 \quad -0.3254 \quad -0.0793 \quad 0.1407 \quad 0.3676 \quad -0.2451$
 $0.0483 \quad -0.0912 \quad -0.0522 \quad 0.0515 \quad 0.0186 \quad -0.0955$
- $E = 0.3783$ ——阶数越高均方误差越来越小。

7.2 AR模型参数的估计.....

● 3. AR模型参数估计的各种算法比较和阶数选择

为了克服L-D算法导致的误差，1968年Burg提出了Burg算法，其基本思想是对观测的数据进行前向和后向预测，然后让两者的均方误差之和为最小作为估计的准则去估计反射系数，进而通过L-D算法的递推公式求出AR模型参数。

Burg算法的优点是，求得的AR模型是稳定的，较高的计算效率，但递推还是用的L-D算法，因此仍然存在明显的缺点。

7.2 AR模型参数的估计.....

- Matlab中有专门的函数实现Burg算法的AR模型参数估计：
 $[a \ E]=\text{arburg}(x, p)$ 。例如上面的例7-3用Burg算法计算结果为：
- $[a \ E]=\text{arburg}(x,3)$
- $a = 1.0000 \quad -0.6982 \quad -0.2626 \quad 0.0739$ ——结果与L-D算法结果略有不同，估计得更精确些。
- $E = 0.4567$
- 高阶模型也是一样计算：
- $[a \ E]=\text{arburg}(x,12)$
- $a = 1.0000 \quad -0.6495 \quad -0.3066 \quad -0.0934 \quad 0.0987 \quad 0.4076 \quad -0.1786$
 $-0.0126 \quad -0.0805 \quad -0.0899 \quad 0.0382 \quad 0.1628 \quad -0.2501$
- $E = 0.3237$

7.2 AR模型参数的估计.....

- 1980年Marple在前人的基础上提出一种高效算法，Marple算法或者称不受约束的最小二乘法（LS）。
- 该算法的思想是，让每一个预测系数的确定直接与前向、后向预测的总的平方误差最小，这样预测系数就不能由低一阶的系数递推确定了，所以不能用L-D算法求解。
- 实践表明该算法比L-D、Burg算法优越。由于该算法是从整体上选择所有的模型参数达到总的均方误差最小，与自适应算法类似，不足是该算法不能保证AR模型的稳定性。

7.2 AR模型参数的估计.....

AR模型的阶数不同得到的模型不同，效果相差较大，因而如何选择阶数很重要。因此国内外学者在这方面都做了许多研究工作，其中基于均方误差最小的最终预测误差（**FPE: final prediction error**）准则是确定AR模型阶次比较有效的准则。

定义：给定观测长度为 N ，从某个过程的一次观测数据中估计到了预测系数，然后用该预测系数构成的系统处理另一次观察数据，则有预测均方误差，该误差在某个阶数时为最小，其表达式为：

$$FPE(p) = \hat{\sigma}_{wp}^2 \left(\frac{N + p + 1}{N - p - 1} \right)$$

上式中估计的方差随着阶数的增加而减小，而括号内的值随着 p 的增加而增加，因而能找到一最佳的 p_{opt} ，使得FPE最小。

7.2 AR模型参数的估计

【例7-3】 参见pp.106

7.3 参数建模的应用.....

- 1. 以参数模型做谱估计
- 2. 特征提取
- 3. 预测误差滤波器用作白化滤波器

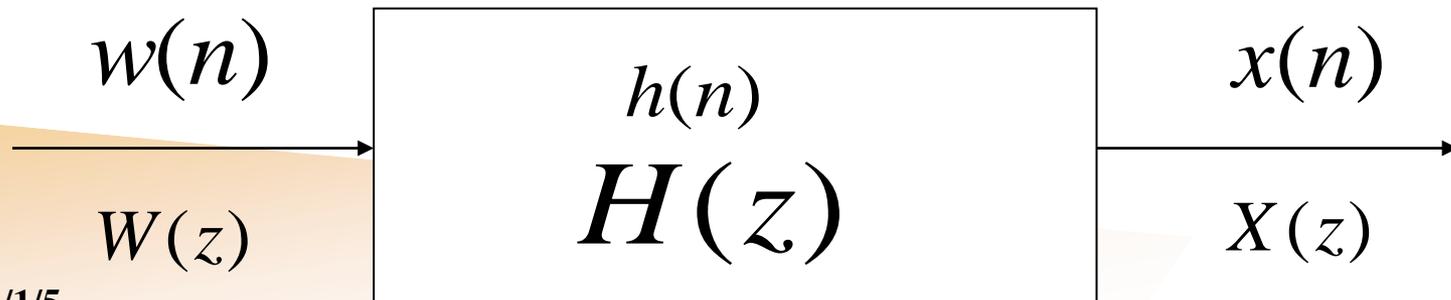
7.3 参数建模的应用.....

- 1. 以参数模型做谱估计

下图中随机信号 x 的谱 $P_x(e^{j\omega}) = \sigma_w^2 |H(e^{j\omega})|^2$

估计为: 以AR建模为例 $H(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^p a_k^{(p)} z^{-k}}$ 代入

$$\Rightarrow P_x(e^{j\omega}) = \frac{\sigma_w^2}{|1 + \sum_{k=1}^p a_k^{(p)} e^{-j\omega k}|^2}$$



7.3 参数建模的应用.....

以参数模型做谱估计的特点:

- 比古典法的谱估计平滑。
- 古典法需要较长的数据，AR谱则是用自相关函数作预测延伸得到的。
- 频率分辨率比较高，AR方法取决于极点接近单位圆的程度，极点越接近单位圆，分辨率越高。
- AR谱是真实谱的峰值包络线的好的估计。
- AR谱也叫最大熵谱估计。
- 自相关法，burg法，有谱线位移，谱峰分裂现象。
- AR谱估计对某些信号应用比较成功，脑电，语音，心音等，例如心电图应用效果未必好。

7.3 参数建模的应用.....

● 2. 特征提取.....

压缩数据；模式分类。

- ① 直接用 $H(z)$ 的系数和白噪的功率构成特征向量，在它构成的向量空间中划分子空间，进行模式分类。

例：心音信号的自动分类。

将记录的心音信号按照时域分成四段，每段用AR建模，6阶，则构成了 $7*4$ 维的特征向量，再根据贝叶斯判据进行分类，判别心音正常与否，准确率可达95%左右。

例：多功能假肢的肌电控制。

由表面肌电信号识别各种肢体功能。12小时训练后动作成功率可达99%。

7.3 参数建模的应用.....

● 2. 特征提取.....

② 用模型的极点和零点作为分类依据。

例：动脉血管系统的电模型。

该电模型可以用两个电容，一个电感，一个电阻表示，是个三阶系统，求出输入导纳的极点分布。这些极点位置与血管的生理状况有关。

例：癫痫病脑电图做AR模型。

发现癫痫发作前不久，模型的一个实极点会分裂成两个极点并移动，当它移到单位圆上时，癫痫就发作。

7.3 参数建模的应用.....

- 2. 特征提取

- ③ 用模型做谱估计，然后从谱估计图上提取特征矢量。

例：脑电图模型识别。

谱估计后找到明显的三个峰频，它们的带宽，功率作为特征矢量，进行模式识别。

例：人造主动脉瓣正常与否。

取心脏的第二心音做ARMA谱估计，来判别。

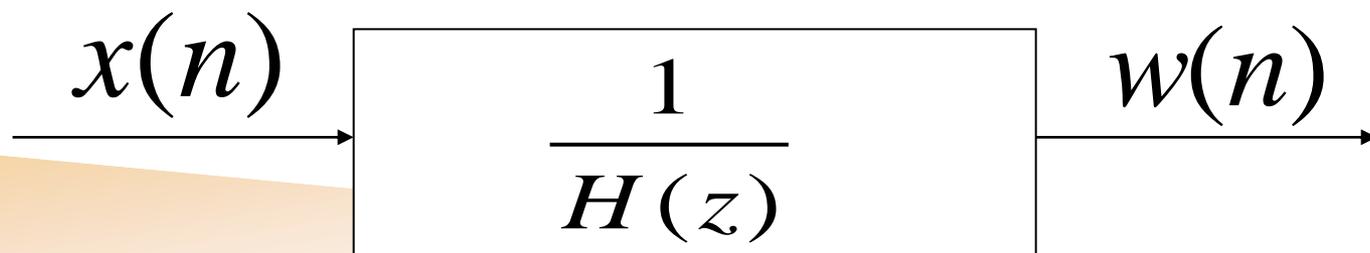
7.3 参数建模的应用.....

- 3. 预测误差滤波器用作白化滤波器.....

利用下图进行白化。

例：脑电图的平稳分段。（自动）

利用测量的脑电图 x 进行建模，求得 H ，再用后面的测量值输入到下图，当输出 w 的功率超过一定阈值，便意味着 x 的平稳性已被破坏，需要重新取数据建立新模型。



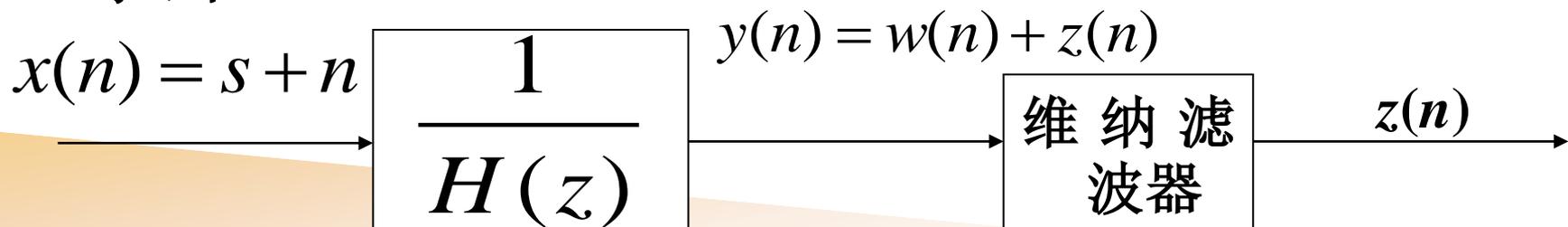
7.3 参数建模的应用

- 3. 预测误差滤波器用作白化滤波器

提取平稳背景中的非平稳信号。

例：自发脑中提取诱发脑电。（自动）

x 中含有信号 s 和噪声 n ，先记录噪声 n ，对它建模 H ，然后记录包含噪声的信号 x ，输入到下图中，则噪声 n 被白化。 y 输入到维纳滤波器后，输出为 z 的估计值。而 z 是 s 与白化滤波器的卷积，因此可以求出 s 。



本章小结

- 1、**掌握**：三种参数模型的设计思想；
- 2、**熟悉**：AR模型参数的估计；
- 3、**了解**：参数模型法的应用。

下集预告

复习

实验5详解.....

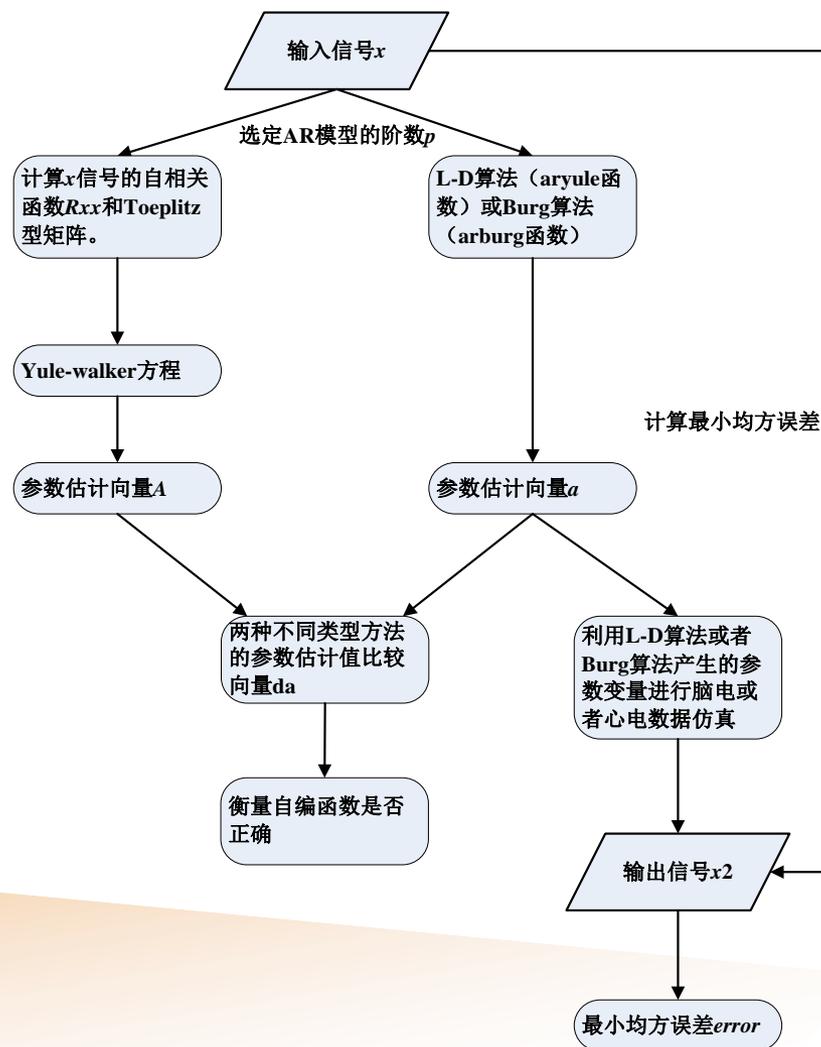
程序如下:

```
clear; clc;
% load ecgdata;
% x = ecgdata(1:1024); % 长度可以任意选择, 但信号越长计算量越大
load ecgdata;
x = ecgdata(1:1024); % 长度可以任意选择, 但信号越长计算量越大
for p=2:2:20 % 尝试改变模型阶数, 观察效果
Rxx = xcorr(x,'biased');
Rtemp = zeros(1,p);
Rl = zeros(p,1);
for k = 1:length(Rtemp)
Rtemp(k) = Rxx(length(x)-1+k);
Rl(k) = Rxx(length(x)+k);
end
Rs = toeplitz(Rtemp); % 生成自相关系数矩阵(Toeplitz型)
A = -inv(Rs)*Rl; % AR模型系数估计
Sw(p/2) = [Rtemp(1),Rl']*[1;A]; % 白噪声方差估计
```

```
% 采用malab自带函数估计模型系数
[a,E] = aryule(x,p); % a--系数, E--预测误差, k--反射系数
% [a,E] = arburg(x,p);
da = a(2:end)-A' % 自编程序求解是否正确?
w = randn(size(x));
x2 = filter(1,a,w); % 仿真数据
figure;
subplot(2,1,1);
plot(x);
title('真实数据');
subplot(2,1,2);
plot(x2);
title('仿真数据');
error(p/2)=mean((x-x2).^2);
end
figure
subplot(1,2,1),plot(2:2:20,error,'-*')
title('最小均方误差随阶数p的变化情况')
xlabel('p');ylabel('error');
subplot(1,2,2),stem(2:2:20,Sw,'-*'),grid on
title('白噪声方差估计随阶数p的变化情况')
xlabel('p');ylabel('白噪声方差估计');
```

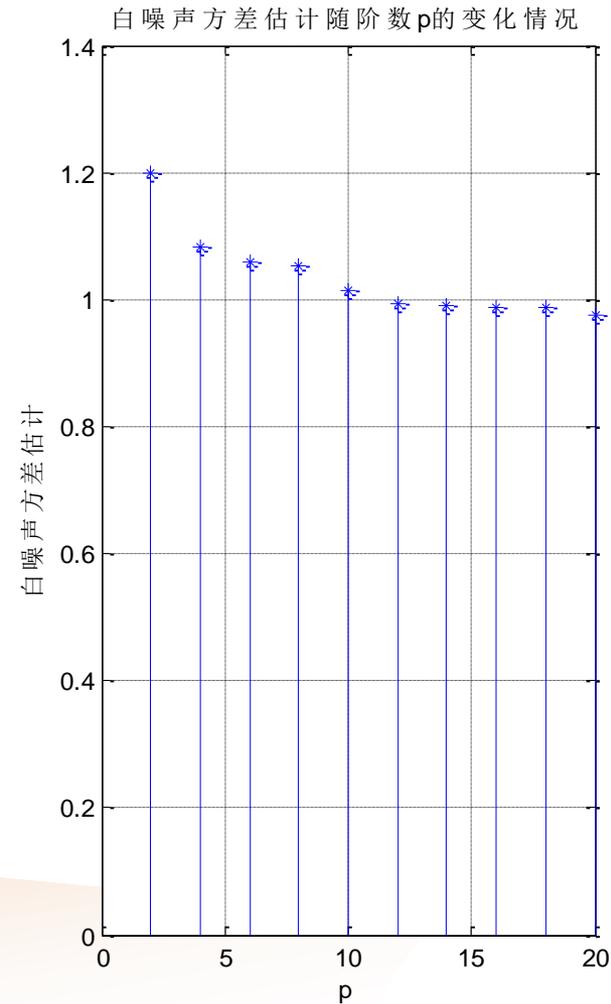
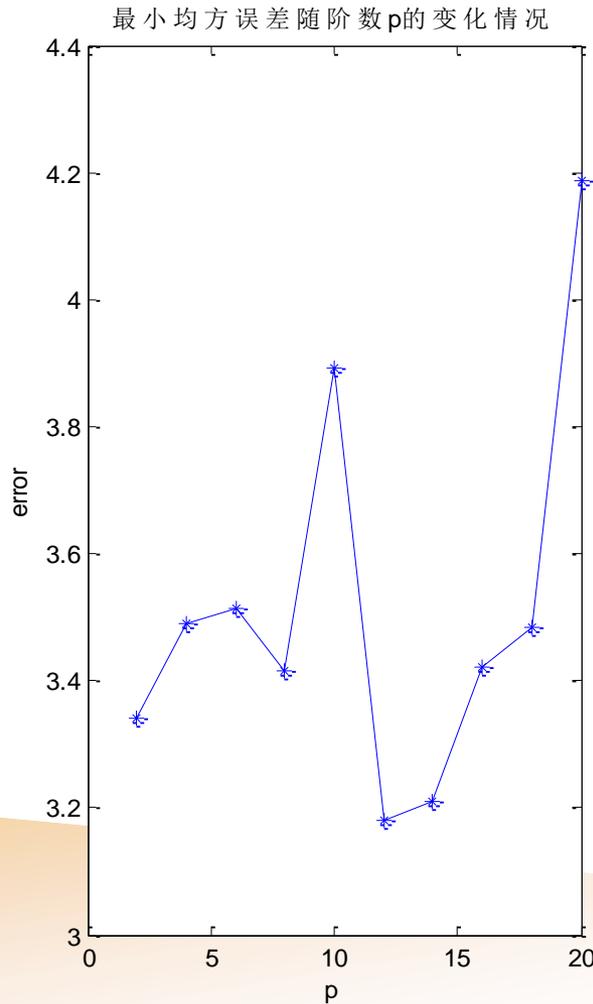
实验5详解.....

流程图如下：



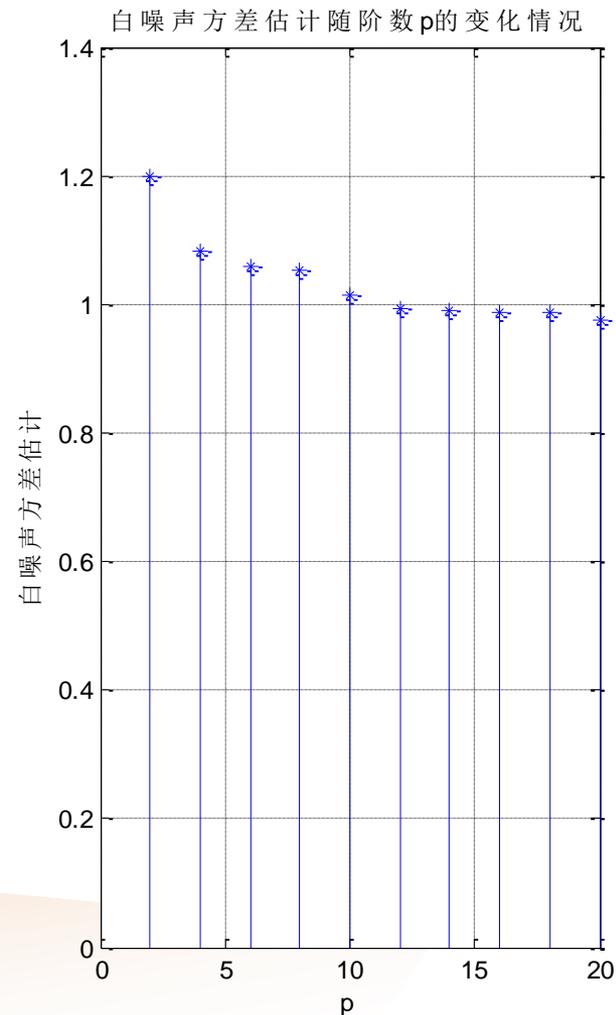
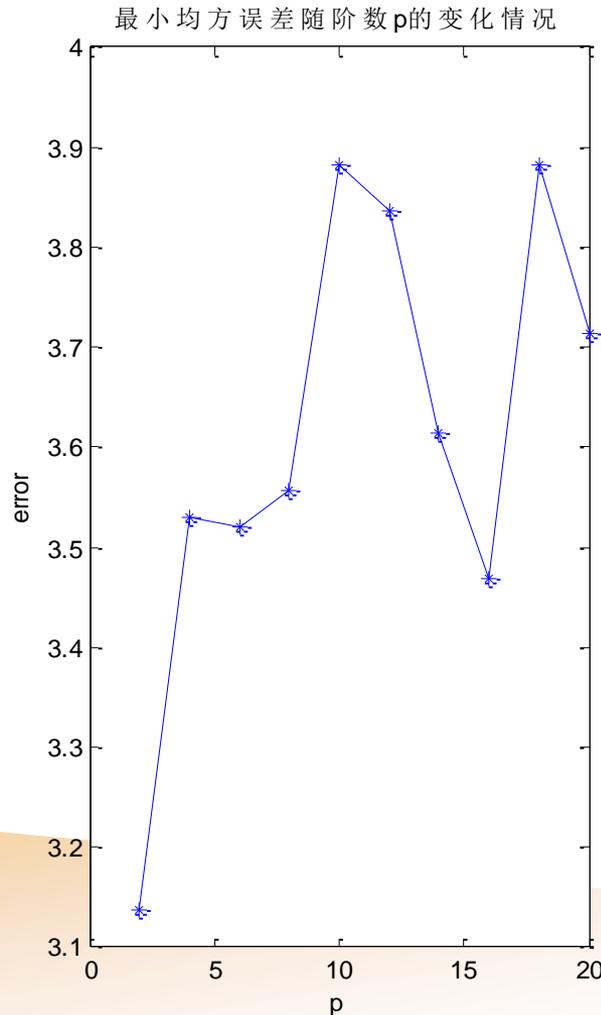
实验5详解.....

1、脑电数据，L-D算法，阶数 p 与均方误差error和噪声方差估计值 S_w 之间的关系



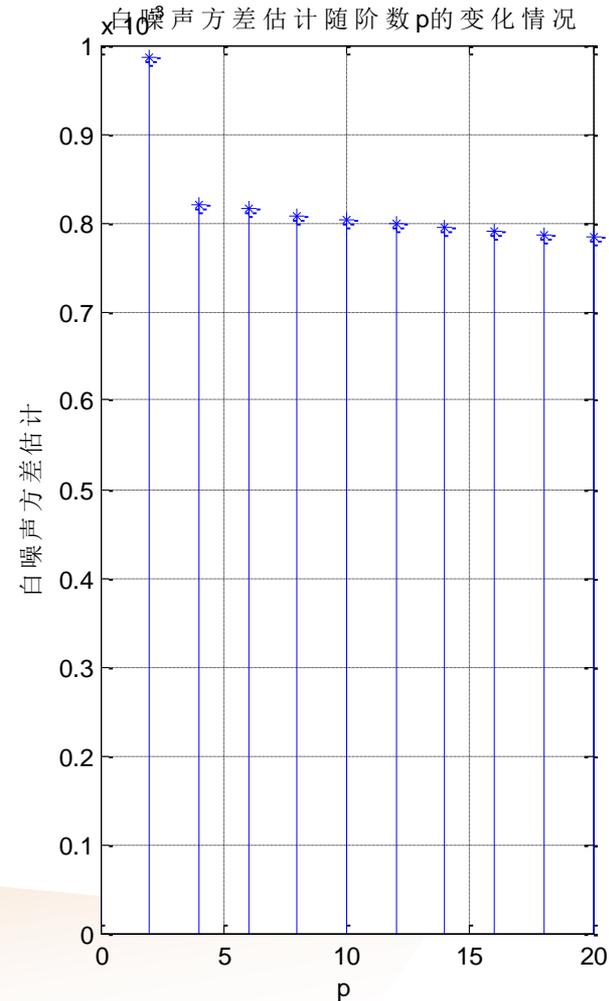
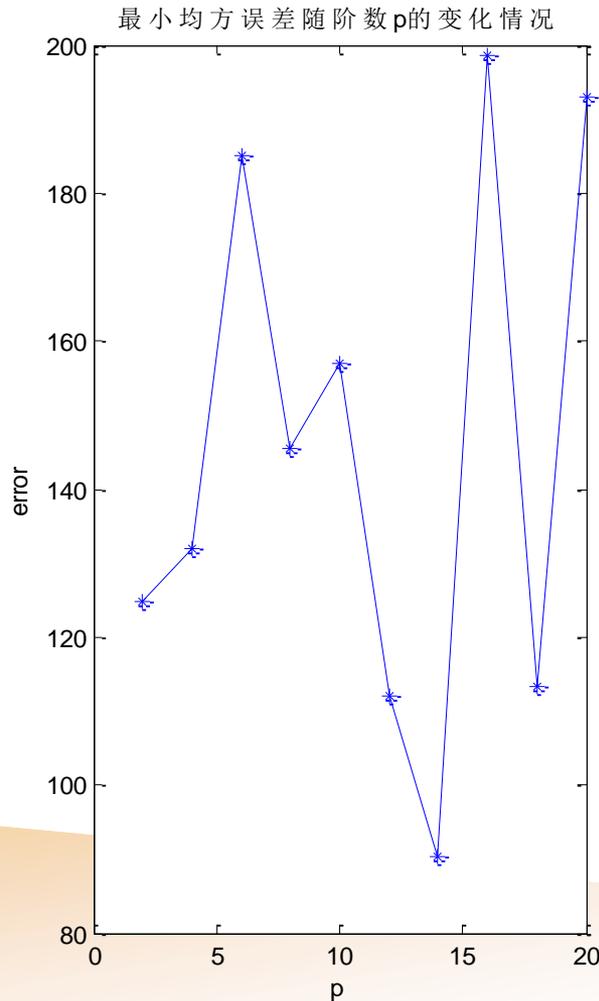
实验5详解.....

2、脑电数据，Burg算法，阶数 p 与均方误差error和噪声方差估计值 S_w 之间的关系



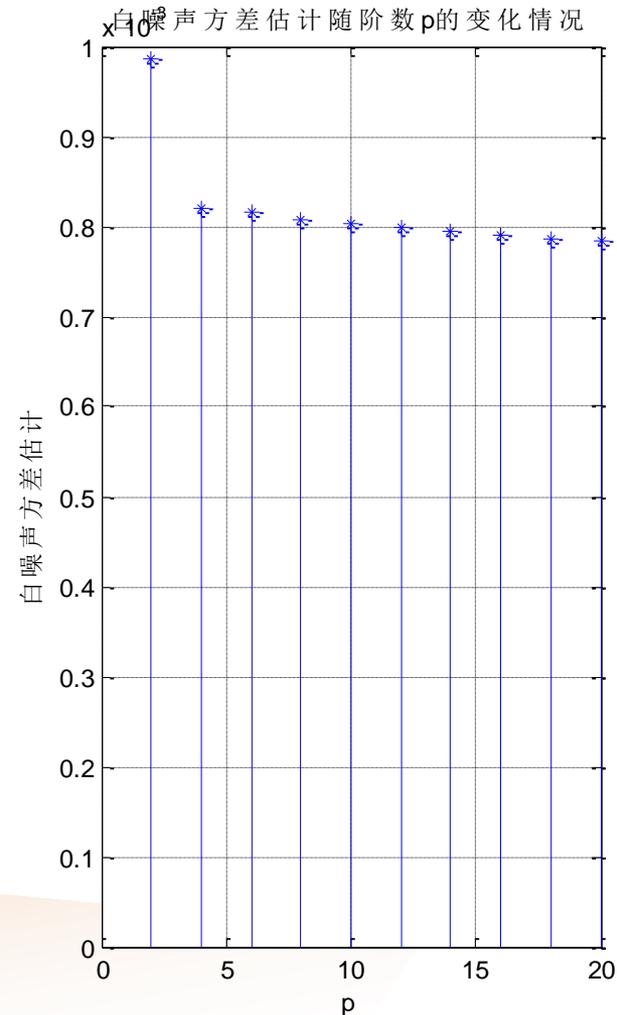
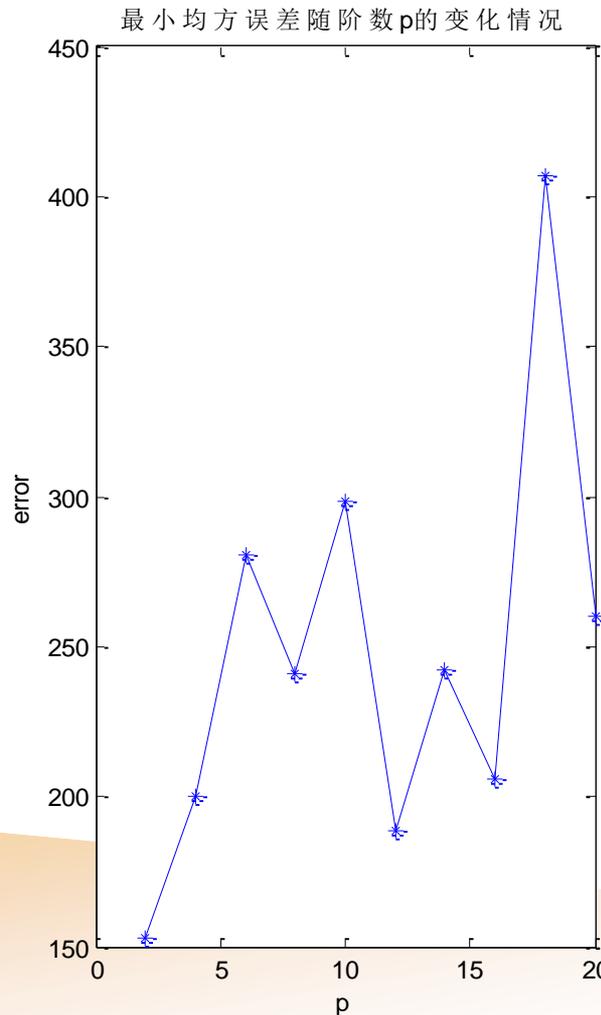
实验5详解.....

3、心电数据，L-D算法，阶数 p 与均方误差error和噪声方差估计值 S_w 之间的关系



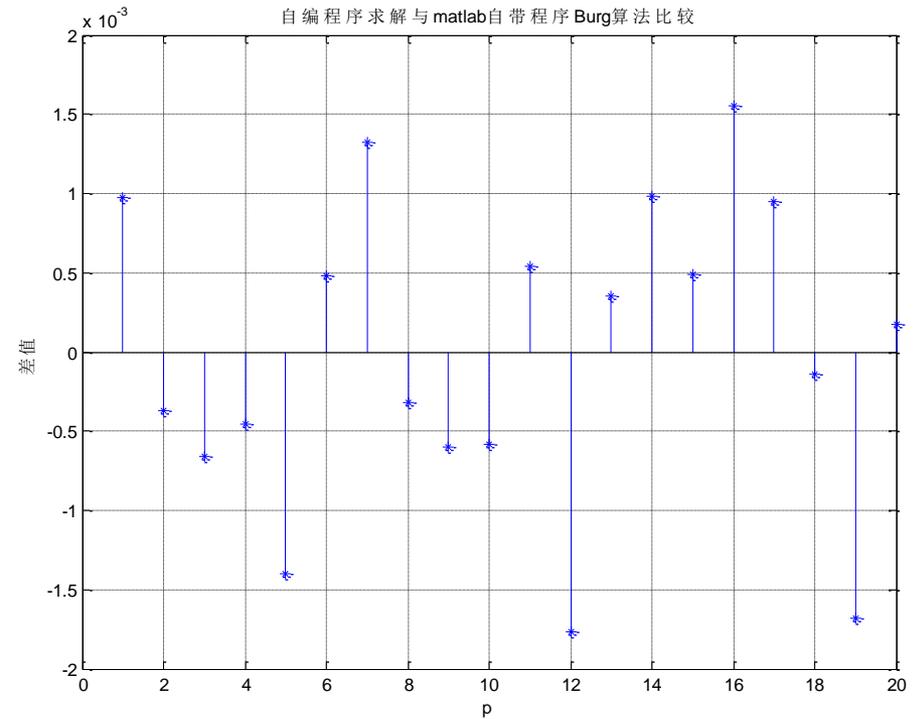
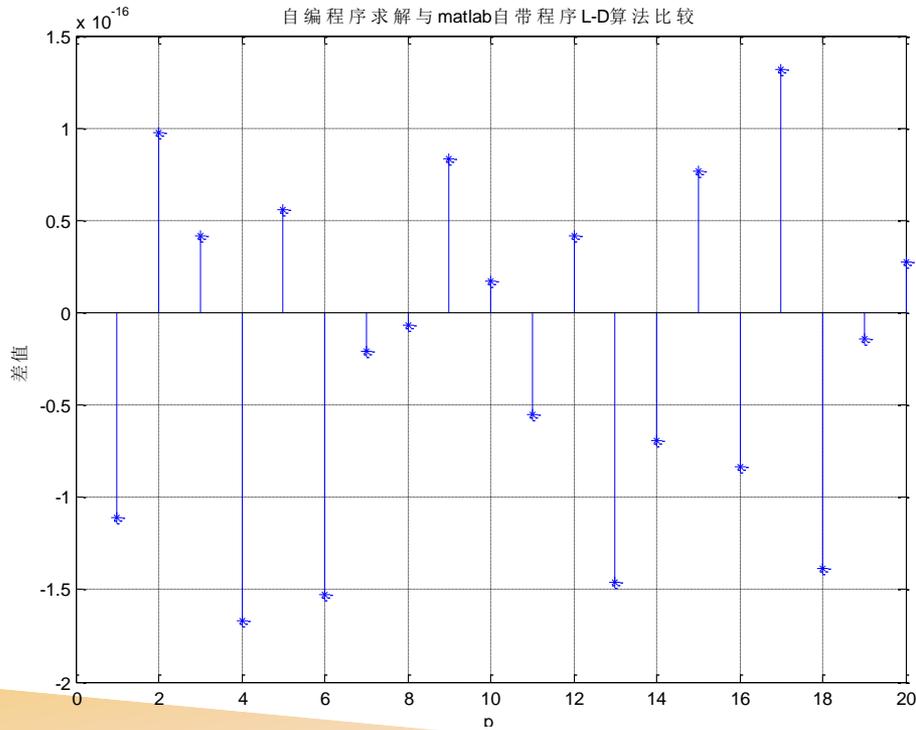
实验5详解.....

4、心电数据，Burg算法，阶数 p 与均方误差error和噪声方差估计值 S_w 之间的关系



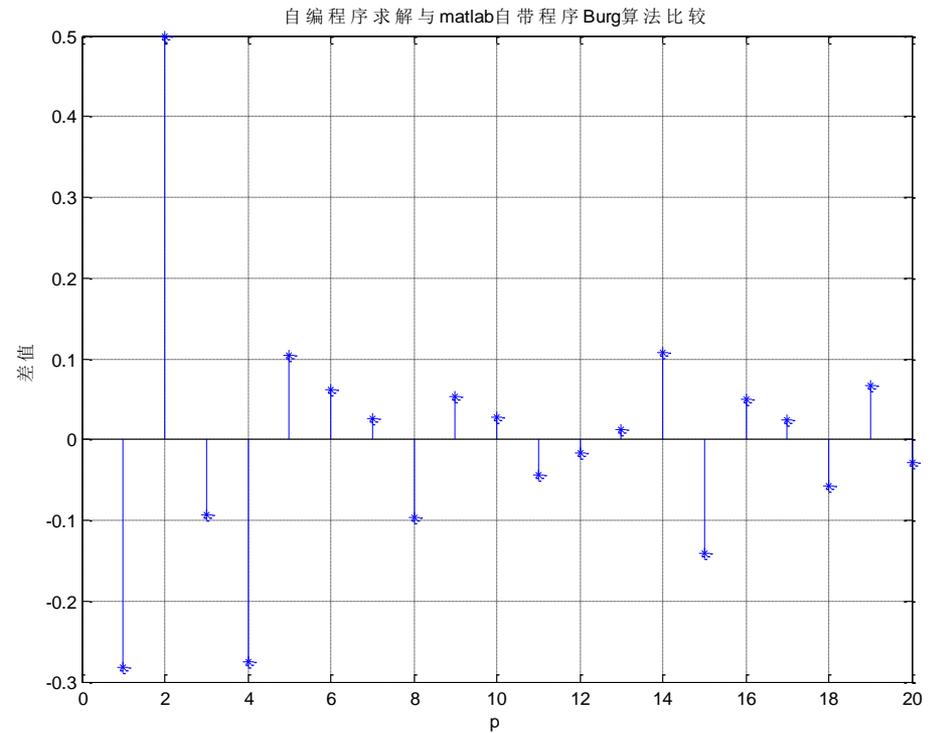
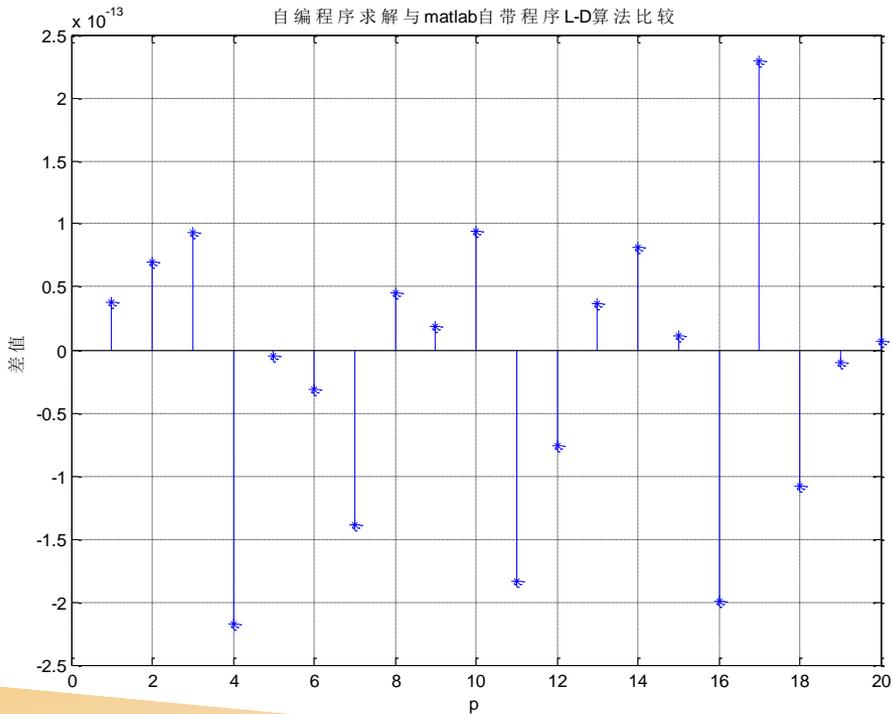
实验5详解.....

5、脑电数据，L-D和Burg算法，阶数为20，参数估计之间差值比较



实验5详解.....

6、心电数据，L-D和Burg算法，阶数为20，参数估计之间差值比较



复习要点

- 1. 生物医学信号的类型及其特点？
- 2. 生物医学信号处理的对象是什么信号？
- 3. 生物信号的主要特点是什么？
- 4. 简述处理生物医学信号的目的？
- 5. 心电（ECG）、脑电（EEG）、肌电（EMG）、眼电（EOG）和胃电（EGG）属于什么类型的信号？

复习要点

- 6. 傅里叶变换对中，时域和频域之间的关系规律是什么？
- 7. FIR滤波器和IIR滤波器的主要区别是什么？
- 8. 试计算常用信号 $\left[\sin\left(\frac{4\pi}{N}n\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{N}n\right) \right] R_N(n)$ 的 N 点DFT。
- 9. $x(n)$ 为长为 N 有限长序列， $x_e(n)$ ， $x_o(n)$ 分别为 $x(n)$ 的周期共轭偶部及奇部，也即：

$$x_e(n) = x_e^*(N-n) = \frac{1}{2}[x(n) + x^*(N-n)]$$

$$x_o(n) = -x_o^*(N-n) = \frac{1}{2}[x(n) - x^*(N-n)]$$

证明： $DFT[x_e(n)] = R_e[X(k)]$, $DFT[x_o(n)] = j \text{Im}[X(k)]$

复习要点

- 10. 什么叫卷积定理和奈奎斯特抽样定理？
- 11. 频谱图有哪几种类型？每种类型的频谱图有什么特点？
- 12. 采样过程中的混叠现象、泄漏现象、栅栏现象和高密度频谱是什么？
- 13. 已知心电图的角频率上限约为 50rad/s ，采集数据时的采样频率至少为多少 Hz？信号 $x(n)=\cos(0.48\pi n)+\cos(0.52\pi n)$ ，采样频率至少为多少 Hz？如果采样频率为 300Hz ，要求的频率分辨率为 1Hz ，试确定作谱估计时每段数据的点数。

复习要点

- 14. 随机信号的性质？
- 15. 白噪声和色噪声的概念？纯随机信号是什么？噪声和干扰是同一个概念吗？
- 16. 一阶($m=1$)和二阶($m=2$)平稳随机过程概念？各态遍历随机信号的前提条件和概念？
- 17. 统计特征量：数学期望、均方值、方差、协方差、相关函数、功率谱密度函数。样本数字特征：样本平均值、样本均方值、样本方差、样本协方差、样本相关函数。

复习要点

- 18. 讨论相互独立、互不相关、相互正交的区别和联系。
- 19. pp.38: 3-1, 3-2, 3-3, 3-4, 3-6; pp.68: 4-6
- 20. 设 $x(n)$ 和 $y(n)$ 是有限长的序列, $x(n)=[1, 0.1, -1, 0.1]$, $y(n)=[0.1, 1, 0.1, -1]$, 求两序列的线性相关、循环相关、线性卷积和循环卷积函数。
- 21. 总结和归纳维纳滤波器。

复习要点

- 22. pp.95,习题6-1。总结卡尔曼滤波器。
- 23. 随机信号的3种参数模型是什么？三种参数模型的表达式和传递函数分别是什么？